

Nowoczesne Systemy Zarządzania
Zeszyt 12 (2017), nr 2 (kwiecień-czerwiec)
ISSN 1896-9380, s. 31-46



Instytut Organizacji i Zarządzania
Wydział Cybernetyki
Wojskowa Akademia Techniczna
w Warszawie

Modern Management Systems
Volume 12 (2017), No. 2 (April-June)
ISSN 1896-9380, pp. 31-46

Institute of Organization and Management
Faculty of Cybernetics
Military University of Technology

Model ewaluacji ryzyka i jego percepcji – podstawą zarządzania ryzykiem

Multiobjective model of the risk and its perception

Andrzej Ameljańczyk

Military University of Technology, Faculty of Cybernetics,
andrzej.ameljanczyk@wat.edu.pl

Abstrakt. W pracy przedstawiono nowe, relacyjne ujęcie pojęcia ryzyka i jego percepcji. Jako podstawę analizy problemów związanych z zarządzaniem ryzykiem przyjęto paretowski model ewaluacji ryzyka. Zdefiniowano wiele nowych pojęć związanych z modelowaniem percepcji ryzyka oraz konstruowaniem miar ryzyka. Ilustracją wprowadzonych pojęć jest obszerny przykład dotyczący ewaluacji ryzyka przy założeniu paretowskiego modelu percepcji ryzyka.

Słowa kluczowe: ryzyko, model percepcji ryzyka, ewaluacja ryzyka, miary ryzyka.

Abstract. This paper presents a new, relational approach the concept of risk and its perception. As a basis for the analysis of problems related to risk management model, adopted Pareto risk evaluation. A series of new concepts related to the modeling of risk perception and construction of risk measures are presented. Illustration of introduced new definitions is a comprehensive example for the evaluation of risk, depending on the adopted model of risk perception.

Keywords: risk, risk evaluation, risk measures, risk perception model.

Wstęp

Pojęcie ryzyka jest bardzo często używane w wielu sytuacjach decyzyjnych. Z uwagi na bardzo szeroki zakres jego zastosowań można spotkać wiele różnych prób jego definicji (Aven, 2008; Hopkin, 2010; Kaczmarek, 1998; Zaskórski, 2011). Ryzyko jest pojęciem wieloznacznym, a zatem trudnym do precyzyjnego zdefiniowania. Głównie jest kojarzone z zagrożeniem związanym z niepowodzeniem

działań w wyniku losowych zakłóceń. Jego negatywne skutki kojarzą się przeważnie ze stratami materialnymi często w aspekcie wielowymiarowym. Każde nasze działanie wywołuje określone skutki w przyszłości i zawsze towarzyszy mu jakaś niepewność. Ludzie na ogół unikają ryzyka i chętnie płacą za jego obniżenie (np. przenosząc je na inny podmiot (firmę ubezpieczeniową)) lub podejmują inne, często kosztowne profilaktyczne zabiegi. Istnieje zatem pewna możliwość celowego oddziaływania (sterowania, zarządzania) na ryzyko. Nie bez znaczenia jest tu sposób oceny (odbioru, percepcji) ryzyka przez **decydenta**. Ma on charakter indywidualnych preferencji. Dodatkowym aspektem decyzyjnym jest też tzw. **skłonność do ryzyka**. Ekonomiści klasyfikują indywidualne postawy wobec ryzyka jako: unikanie ryzyka, neutralność wobec ryzyka i zamiłowanie do ryzyka. Najczęściej ryzyko związane z pewnym zdarzeniem (sytuacją) jest kojarzone jako pewna cecha sytuacyjna wynikająca ze skutków zdarzenia i prawdopodobieństwa jego wystąpienia. Jako cecha jest mierzalne chociażby w aspekcie jakościowym. Ryzyko może być więc na przykład: bardzo duże, duże, średnie, nikłe. Poniżej zostanie przedstawiona próba formalnej definicji ryzyka pozwalającej mierzyć ryzyko (Hopkin, 2010; Kaczmarek, 1998; Riquelme, Lucken, Baran, 2015).

1. Definicja formalna ryzyka

Ryzyko związane z pewnym zdarzeniem (sytuacją) najczęściej jest rozumiane jako dodatkowa cecha (własność) tego zdarzenia powiązana z pewnym atrybutem zewnętrznym, jakim jest jego prawdopodobieństwo. Podobnie jak popyt na pewien towar nie jest jego immanentną cechą, lecz cechą kontekstową wynikającą z czynników zewnętrznych. Nie można zatem mówić o ryzyku związanym z pewnym zdarzeniem tylko na podstawie jego cech immanentnych. Ryzyko, jak każda cecha zdarzenia (obiektu), powinno być mierzalne nie tylko w aspekcie jakościowym, ale też ilościowym.

Niech X stanowi skończony zbiór zdarzeń (sytuacji), które będziemy oznaczać x_i dla: $i \in I = \{1, 2, \dots, I\}$.

Definicja 1

Funkcją ryzyka nazywać będziemy funkcję:

$r : X \rightarrow \mathbb{R}^{N+1}$, taką, że:

$$r(x) = (p(x), s_1(x), \dots, s_N(x)) \in \mathbb{R}^{N+1}, \quad (1)$$

gdzie: $p(x)$ – oznacza prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia (sytuacji) $x \in X$,
 $s_n(x)$ – oznacza wielkość skutku zajścia zdarzenia $x \in X$ w aspekcie $n \in \{1, \dots, N\}$.

Dla uproszczenia zapisu, skutek zdarzenia x będziemy zapisywali w skrócie jako:

$$s(x) = (s_1(x), \dots, s_N(x)), x \in X. \quad (2)$$

Jeśli $N > 1$, to skutek nazywać będziemy skutkiem wieloaspektowym (wektor cech immanentnych zdarzenia $x \in X$). Bardzo często w praktyce skutek $s(x)$ jest interpretowany w sposób zagregowany jako koszt (strata) wynikający z wystąpienia zdarzenia (sytuacji) $x \in X$.

Liczbę $p(x)$ interpretować będziemy jako prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia $x \in X$ (jest to cecha kontekstowa, zewnętrzna zdarzenia $x \in X$).

Ryzyko zdarzenia $x \in X$ możemy więc opisać, podając jego cechy: skutek $s(x)$ oraz prawdopodobieństwo jego zajścia $p(x)$.

Definicja 2

Ryzykiem związanym ze zdarzeniem $x \in X$ nazywać będziemy wartość funkcji $r(x)$, czyli parę uporządkowaną $(p(x), s(x))$:

$$r(x) = (p(x), s(x)). \quad (3)$$

Ryzyko $r(x)$ zdarzenia x jest więc „obrazem” tego zdarzenia w aspekcie prawdopodobieństwa jego wystąpienia oraz skutków, jakie się z nim wiążą.

Na użytek dalszych rozważań przyjmiemy, że $N = 1$, czyli że skutki zdarzenia $x \in X$ są jednowymiarowe (zagregowane). Skutki $s(x)$ zdarzeń $x \in X$ są najczęściej normalizowane, na przykład w sposób następujący:

$$s(x) = \frac{\bar{s}(x) - \bar{s}_{\min}(x)}{\bar{s}_{\max}(x) - \bar{s}_{\min}(x)} \quad (4)$$

lub

$$s(x) = \frac{\bar{s}(x)}{\bar{s}_{\max}(x)}, \quad (5)$$

gdzie $\bar{s}(x)$ – pierwotna (oryginalna) wartość skutku zdarzenia $x \in X$,
 $\bar{s}_{\min}(x) = \min_{x \in X} \bar{s}(x)$, $\bar{s}_{\max}(x) = \max_{x \in X} \bar{s}(x)$ – minimalna i maksymalna wartość skutku,
 $s(x)$ – znormalizowana (do przedziału $[0,1]$) wartość skutku zdarzenia $x \in X$. Analogicznie normalizujemy prawdopodobieństwo zdarzenia $p(x)$.

Definicja 3

Mapą ryzyka $r(x)$ zbioru zdarzeń X nazywać będziemy obraz zbioru X wyznaczony przez funkcję ryzyka:

$$r(x) : r(X) = \{r(x) \in [0,1] \times [0,1] \mid x \in X\} \quad (6)$$

Zbiór $r(X)$ (*mapa ryzyka*) jest więc zbiorem par uporządkowanych

$$r(x) = (p(x), s(x)), \quad (7)$$

zwanych ryzykami.

Definicja 4

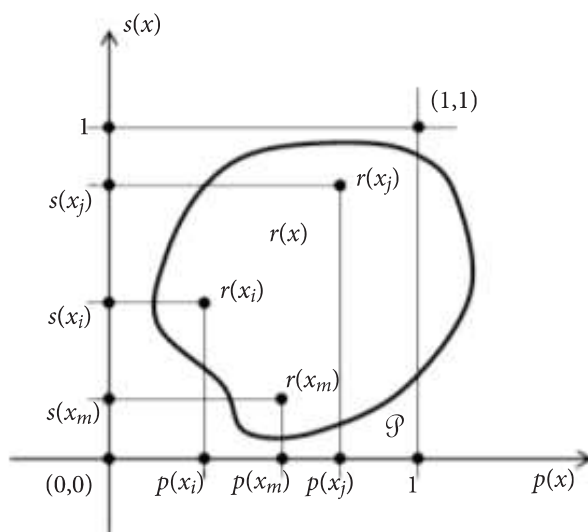
Znormalizowaną przestrzenią ryzyka (w skrócie *przestrzenią ryzyka*) nazywać będziemy zbiór:

$$P = [0,1] \times [0,1] \subset \mathbb{R}^2. \quad (8)$$

Mapa ryzyka zbioru zdarzeń X jest zatem podzbiorem przestrzeni ryzyka $r(X) \subset P$.

2. Modelowanie ewaluacji i percepcji ryzyka

Na rysunku 1 przedstawiona została typowa mapa ryzyka $r(X)$, na której zaznaczono przykładowe ryzyka związane ze zdarzeniami x_i, x_j, x_m . Jak oceniać i porównywać ryzyko różnych zdarzeń? Czy jedynym podejściem jest porównanie wartości oczekiwanej skutków zdarzenia? Czy percepcja ryzyka przez Decydenta na podstawie wartości oczekiwanej skutków jest zawsze do przyjęcia? Czym i w jaki sposób kieruje się Decydent, oceniając i porównując ryzyko związane z różnymi zdarzeniami?



Rys. 1. Mapa ryzyka $r(X)$ w przestrzeni ryzyka $[P]$

Źródło: opracowanie własne

Jeśli przyjąć za oczywisty fakt, że ryzyko związane ze zdarzeniem $x \in X$ jest tym wyższe, im jego skutek i prawdopodobieństwo wystąpienia są większe, to możemy powiedzieć, że:

1. ryzyko związane ze zdarzeniem x_j jest wyższe niż ryzyko związane ze zdarzeniem x_i (zdarzenie x_j jest *bardziej ryzykowne* niż zdarzenie x_i), bo:
 - a. $p(x_j) > p(x_i)$
 - b. $s(x_j) > s(x_i)$
2. podobnie powiemy o ryzyku związanym ze zdarzeniami x_j oraz x_m :
 - a. $p(x_j) > p(x_m)$
 - b. $s(x_j) > s(x_m)$
3. nie możemy jednak powiedzieć, że zdarzenie x_i jest bardziej ryzykowne niż zdarzenie x_m ani też odwrotnie, bo zachodzi:
 - a. $p(x_i) < p(x_m)$
 - b. $s(x_i) > s(x_m)$.

Wyższość ryzyka związanego z pewnym zdarzeniem x_j nad ryzykiem związanym z innym zdarzeniem x_i może być jednak postrzegane przez Decydenta (w zależności od jego percepcji ryzyka) na wiele sposobów. Różnice w percepcji ryzyka przez Decydentów wynikają głównie z różnej oceny wzajemnej substytucyjności zmiany wielkości skutków zdarzenia w kontekście ustalonej zmiany prawdopodobieństwa jego zaistnienia (indywidualne krzywe preferencji ryzyka), zaś stopień akceptowalności poziomu ryzyka zależy od „wrodzonej” skłonności do ryzykowania lub jej braku. Percepcja ryzyka to indywidualna zdolność Decydenta do oceny ryzyka i jego porównywania.

Definicja 5

Relacją percepcji (modelem percepcji) ryzyka nazywać będziemy relację R zdefiniowaną następująco:

$$R = \left\{ \begin{array}{l} \left(r(x_i), r(x_j) \right) \in r(X) \times r(X) \\ \left| \varphi(r(x_i), r(x_j)) = 1 \right. \end{array} \right\},$$

gdzie formuła percepcji ryzyka φ jest funkcją zdaniową typu

$\varphi: r(X) \times r(X) \rightarrow \{0,1\}$, interpretowaną następująco:

$$\varphi(r(x_i), r(x_j)) =$$

= „ryzyko związane ze zdarzeniem x_i jest co najmniej takie, jak ryzyko związane ze zdarzeniem x_j ” (9)

Zdanie (9), które można też zastąpić zdaniem: zdarzenie x_i jest bardziej ryzykowne niż zdarzenie x_j , wyraża subiektywną zasadę percepcji ryzyka przez Decydenta. Jest podstawą budowy modelu percepcji ryzyka. Relacja R może być definiowana

arbitralnie na wiele sposobów, zgodnie z „określoną” (9) formułą percepcji ryzyka przez Decydenta. Typowe relacje (modele) percepcji ryzyka to: relacja Pareto (Ameljańczyk, 2015, 1984), relacja Pesymisty (Optymisty), model Savage’a (Ameljańczyk, 1986, 2013), relacje leksykograficzne (hierarchiczne) (Ameljańczyk 2015, 1984, 1986), relacje *scoringowe* (Hopkin, 2010; Kaczmarek, 1998), modele Hassego, a także tzw. relacje stożkowe (Ameljańczyk, 1984, 1986), czy też tak zwane relacje przewyższania itp.

Definicja 6

Zadaniem ewaluacji (oceny) ryzyka nazywać będziemy parę:

$$(r(X), R), \quad (10)$$

gdzie: $r(X)$ – mapa ryzyka,
 R – model percepcji ryzyka.

Modelowanie percepcji ryzyka poprzez zdefiniowanie relacji R może okazać się niezadowolające, a nawet kłopotliwe w aspekcie mierzalności ryzyka. W ogólnym bowiem przypadku, relacja percepcji ryzyka R może nie być relacją zupełną (Ameljańczyk, 2015, 1984), ani nawet relacją porządku. Może wtedy w niektórych obszarach mapy ryzyka $r(X)$ wystąpić „zjawisko nieporównywalności” ryzyka (rys. 1).

O wiele bardziej użytecznym narzędziem w praktyce okazują się miary ryzyka definiowane w przestrzeni ryzyka jako funkcje typu norma (bądź metryka) (Ameljańczyk, 1984; Kahneman, 2012). Powstaje wtedy jednak problem wzajemnego związku zdefiniowanej miary ryzyka z przyjętą relacją R percepcji ryzyka. Niech $R \subset [0,1] \times [0,1]$ – relacja percepcji ryzyka.

Definicja 7

Miarą ryzyka $r(x)$ w modelu percepcji R (miarą związaną z modelem percepcji R) nazywać będziemy funkcję:

$$f_R: r(X) \rightarrow [0,1] \subset \mathbb{R}^1 \quad (11)$$

taką, że jeśli $(r(x_i), r(x_j)) \in R$, to:

$$f_R(r(x_i)) \geq f_R(r(x_j)). \quad (12)$$

Przykład 1

Niech percepcję ryzyka wyraża bardzo naturalna relacja R zdefiniowana następująco (rys. 1):

$(r(x_i), r(x_j)) \in R$ wtedy i tylko wtedy, gdy $p(x_i) \geq p(x_j)$ oraz $s(x_i) \geq s(x_j)$.

Oznacza to, że ryzyko związane ze zdarzeniem x_i jest wyższe (co najmniej takie same) niż ryzyko związane ze zdarzeniem x_j , jeśli zarówno skutek, jak i prawdopodobieństwo zdarzenia x_i będą większe niż odpowiednio skutek i prawdopodobieństwo

zdarzenia x_j . Przykładową miarą ryzyka przy tak zdefiniowanym modelu percepcji jest **funkcja iloczynowa** (Aven, 2008; Hopkin, 2010; Kaczmarek, 1998):

$$f_R(r(x)) = p(x)s(x). \quad (12a)$$

Łatwo pokazać, że funkcja (12a) spełnia warunki Definicji 7 – jest więc miarą ryzyka dla tak przyjętego modelu percepcji ryzyka. Iloczynowa miara ryzyka (nazywana czasem mylnie ryzykiem (Aven, 2008; Hopkin, 2010) rozumiana jest jako wartość oczekiwana skutków zdarzenia x , które przynosi skutek $s(x)$ z prawdopodobieństwem $p(x)$.

3. Paretowski model ryzyka

Paretowski model ryzyka, a dokładniej paretowski model percepcji ryzyka, jest bazowym modelem w teorii i praktyce związanej z badaniem ryzyka. Wynika to z faktu, że w modelu tym przyjmuje się bardzo oczywiste założenie, że ryzyko związane ze zdarzeniem x_i przewyższa ryzyko związane ze zdarzeniem x_j , o ile zarówno skutek, jak i prawdopodobieństwo zdarzenia x_i są wyższe niż odpowiednio skutek i prawdopodobieństwo zdarzenia x_j . Takie założenie na ogół nie jest przez nikogo kwestionowane. Problemem może być tylko fakt, że w szczególnych przypadkach relacja Pareto może nie być relacją zupełną [2, 3]. Formalnie, paretowski model ryzyka (relację Pareto) możemy zapisać następująco (rys. 1 oraz przykład 1):

$$R = \left\{ \begin{array}{l} (r(x_i), r(x_j)) \in [0,1]^2 \times [0,1]^2 \\ | p(x_i) \geq p(x_j), s(x_i) \geq s(x_j) \end{array} \right\}. \quad (13)$$

Zadaniem paretowskiej ewaluacji ryzyka jest więc para uporządkowana: $(r(X), R)$. Na rysunku 2 przedstawiono znormalizowaną mapę ryzyka $r(X)$ dla zbioru zdarzeń X oraz dodatkowe charakterystyki ewaluacyjne związane z przyjętym paretowskim modelem percepcji ryzyka R . Elementy przestrzeni $r(X)$ są obrazami $r(x_i)$ (w aspekcie prawdopodobieństwa i skutków) odpowiednich zdarzeń $x_i \in X$. Wyróżniony na rysunku 2 element x_i (a dokładnie jego obraz) dzieli mapę ryzyka na obszar większego ryzyka, mniejszego ryzyka niż ryzyko $r(x_i)$ oraz obszary zdarzeń, których ryzyko jest „nieporównywalne” z ryzykiem zdarzenia x_i .

Na rysunku 2 pokazane zostały następujące zbiory:

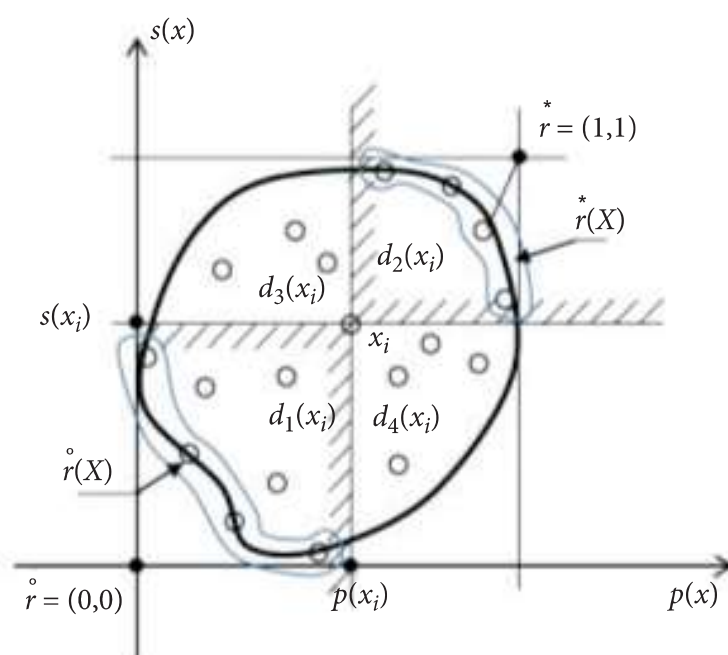
$$d_1(x_i) = \left\{ r(x_j) \in r(X) \mid (r(x_i), r(x_j)) \in R \right\} - \text{zbiór obrazów wszystkich zdarzeń,}$$

które są mniej ryzykowne niż zdarzenie x_i ,

$$d_2(x_i) = \left\{ r(x_j) \in r(X) \mid (r(x_j), r(x_i)) \in R \right\} - \text{zbiór obrazów wszystkich zdarzeń,}$$

z których każde jest bardziej ryzykowne niż zdarzenie x_i oraz zbiory $d_3(x_i)$, $d_4(x_i)$

obrazów zdarzeń, których ryzyko jest nieporównywalne w sensie przyjętego modelu percepcji R z ryzykiem związanym ze zdarzeniem x_i . Na rysunku 2 zaznaczono również zbiór $r^*(X)$, który jest zbiorem „zdarzeń”, od których nie ma bardziej ryzykownych w zbiorze X . Zbiór ten nazywany jest **Niebezpiecznym Frontem Ryzyka (NFR)**. Dodatkowo zaznaczono również analogiczny zbiór $\overset{\circ}{r}(X)$ „zdarzeń”, od których w zbiorze X nie ma zdarzeń mniej ryzykownych, zwany zbiorem **Bezpiecznego Frontu Ryzyka (BFR)**. Zbiory $r^*(X)$, $\overset{\circ}{r}(X)$ są odpowiednio zbiorami elementów minimalnych, maksymalnych zbioru $r(X)$ przy relacji R (Ameljańczyk, 1984, 1986).



Rys. 2. Paretowska mapa ryzyka $r(X)$

Źródło: opracowanie własne

Element $r^* = (1,1)$ nazywamy ryzykiem katastroficznym, zaś element $\overset{\circ}{r} = (0,0)$ – ryzykiem spokoju. Są to tzw. elementy utopijne (wirtualne) (Ameljańczyk, 1984, 2013; Kahneman, 2012) – czyli tak zwane ryzyka „odniesienia”. Na ogół w zbiorze X nie istnieją odpowiadające im zdarzenia rzeczywiste. Na rysunku 2 zaznaczono również element x znajdujący się „najbliżej” ryzyka katastroficznego, jako ryzyko, którego należy najbardziej unikać, jak również całego frontu NFR.

4. Paretowskie miary ryzyka

Niech $(r(X), R)$ – paretowskie zadanie ewaluacji ryzyka. Korzystanie jedynie z pojęć mnogościowych $r(X)$ i R nie wystarcza do pełnej analizy ryzyka w aspekcie mierzalności. Zgodnie z Definicją 7 można dla każdego modelu percepcji ryzyka

R zdefiniować odpowiednie miary ryzyka z nim związane. Taką miarą jest miara iloczynowa (przykład 1):

$$f^i(r(x)) = p(x)s(x). \quad (14)$$

Bardzo duże zastosowanie praktyczne mają miary ryzyka zdefiniowane w oparciu o pojęcie normy Minkowskiego (Ameljańczyk, 1984, 1986; Aven, 2008; Kahneman, 2012).

$$f_p(r(x)) = f\left(\|r(x)\|_p\right), p \geq 1, \quad (15)$$

gdzie:

$$\|r(x)\|_p = \left(p(x)^p + s(x)^p\right)^{1/p}, p \geq 1 \quad (16)$$

W definiowaniu miary ryzyka zgodnie z formułą (15) można zastosować dwa podejścia uwzględniające dwie różne „zasady” percepcji ryzyka: optymistyczną i pesymistyczną. Zasada optymistyczna bazuje na kojarzeniu (percepcji) ryzyka w kontekście „odległości” (podobieństwa) od ryzyka zerowego (ryzyka spokoju $r = (0,0)$) – im większa odległość ryzyka $r(x)$ od ryzyka spokoju $r = (0,0)$, tym ryzyko związane ze zdarzeniem x jest wyższe. Zasada pesymistyczna bazuje na kojarzeniu (percepcji) ryzyka w kontekście „odległości” od ryzyka katastroficznego (maksymalnego) $r = (1,1)$ – im mniejsza odległość (większe podobieństwo) ryzyka $r(x)$ od ryzyka katastroficznego $r = (1,1)$, tym ryzyko związane ze zdarzeniem x jest wyższe. Funkcja (15) przyjmuje wtedy postać:

$$f_p(r(x)) = f\left(\|r - r(x)\|_p\right), p \geq 1. \quad (15a)$$

Podejścia te nie są jednak symetryczne w zakresie konstruowania miar ryzyka. W powszechnym przekonaniu dominuje pogląd, że człowiek intuicyjnie częściej stosuje zasadę pesymistyczną, bojąc się ryzyka katastroficznego (Hopkin, 2010; Kaczmarek, 1998; Kahneman, 2012). Z punktu widzenia metodologii konstruowania miar ryzyka nie ma to większego znaczenia. Poniżej zostanie przedstawiona metoda definiowania miary ryzyka w oparciu o zasadę optymistyczną jako nieco prostszą obliczeniowo.

Funkcję (15) po dokonaniu normalizacji (do przedziału $[0,1]$) [3, 4] można przedstawić następująco:

$$f_p(r(x)) = \frac{\|r(x)\|_p}{\|r\|_p^*} = \alpha_p \|r(x)\|_p, \quad (17)$$

gdzie $\alpha_p = \frac{1}{\|r\|_p^*}$ – współczynnik normalizacyjny ($\alpha_1 = \frac{1}{2}$, $\alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\alpha_\infty = 1$).

Funkcja (17), jak łatwo pokazać [2, 3], jest miarą ryzyka (patrz Definicja 7), gdyż:

$$1) \quad 0 \leq f_p(r(x)) \leq 1, p \geq 1, \quad (18)$$

2) jeśli $((r(x_i), (r(x_j)) [E] R$, to:

$$f_p(r(x_i)) \geq f_p(r(x_j)), p \geq 1, \quad (19)$$

oznacza to, że $f_p(r(x))$ jest miarą ryzyka w sensie Definicji 7.

Dla $p = 1$ otrzymamy (patrz (16),(17)):

$$f_1(r(x)) = \frac{1}{2} \|r(x)\|_1 = \frac{1}{2} (p(x) + s(x)). \quad (20)$$

Dla $p = 2$ otrzymamy *miarę euklidesową*:

$$f_2(r(x)) = \frac{\|r(x)\|_2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{p(x)^2 + s(x)^2}. \quad (21)$$

Dla $p \rightarrow \infty$ otrzymamy *miarę Czebyszewa*:

$$f_\infty(r(x)) = \max \{p(x), s(x)\}. \quad (22)$$

Funkcja (15a) po dokonaniu analogicznej normalizacji i uwzględnieniu warunków definicji *miary ryzyka* (im ryzyko wyższe, tym wartość *miary ryzyka* $f_p(r(x))$ wyższa), przyjmie postać:

$$f_p(r(x)) = 1 - \alpha_p \left\| r - r(x) \right\|_p^*, p \geq 1. \quad (17a)$$

Są to typowe miary skonstruowane w oparciu o uogólnioną normę Minkowskiego (Ameljańczyk, 1984; Riquelme, Lucken, Baran, 2015). Szczegółowe „własności decyzyjne” tych funkcji można znaleźć w (Ameljańczyk, 1984, 1986; Kahneman, 2012). Dysponując odpowiednią miarą ryzyka, można dokonać rankingu zdarzeń w przestrzeni ryzyka oraz wykorzystywać w szerszej analizie, a w szczególności w procesie zarządzania ryzykiem (Hopkin, 2010; Kaczmarek, 1998). Typowe zadanie optymalizacji strategii zarządzania ryzykiem polega najczęściej na wyznaczeniu optymalnego podziału skończonych (przeznaczonych na ten cel) zasobów (środków) na działania związane z minimalizacją skutków zdarzenia oraz minimalizacją prawdopodobieństwa jego wystąpienia.

5. Przykład ewaluacji ryzyka

Rozpatrywany przykład dotyczy analizy dwudziestu wybranych zdarzeń (sytuacji) w aspekcie oceny ryzyka przy założeniu paretowskiego modelu percepcji ryzyka. W tabeli 1 przedstawione są dane o zdarzeniach w postaci wielkości skutków zdarzenia (w mln euro) i prawdopodobieństwa ich wystąpienia (kolumny druga i trzecia) oraz ich wartości znormalizowane według formuły (5) (kolumny czwarta i piąta). Na rysunku 3 przedstawiona jest znormalizowana mapa ryzyka dla zdarzeń ze zbioru $X = \{x_1, x_2, \dots, x_p, \dots, x_{20}\}$.

Na rysunku tym zaznaczono zbiory $r^*(X) = \{6, 12, 15\}$ – **Niebezpieczny Front Ryzyka**, który zawiera zdarzenia, od których w całym zbiorze X nie ma zdarzeń bardziej ryzykownych w aspekcie przyjętego modelu percepcji ryzyka R oraz zbior $r(X) = \{4, 11, 17\}$ – **Bezpieczny Front Ryzyka**, który zawiera zdarzenia, od których w całym zbiorze X nie ma zdarzeń mniej ryzykownych.

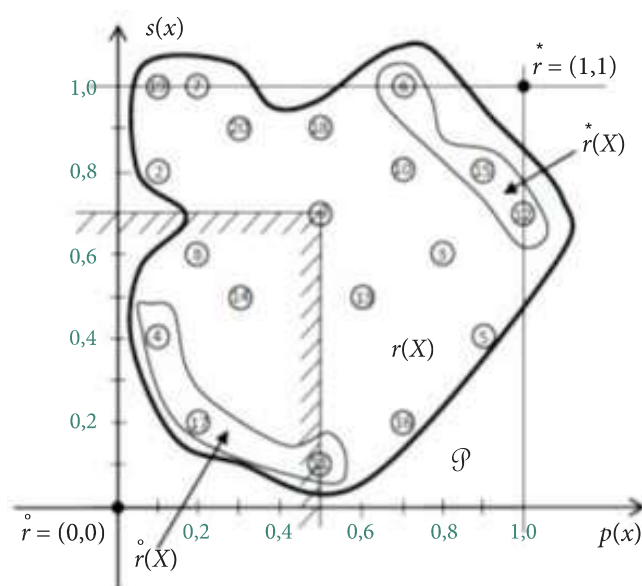
Tabela 1. Dane o zdarzeniach

x_m	$\bar{s}(x)$	$\bar{p}(x)$	$s(x)$	$p(x)$
1	2	3	4	5
1	3	0,2	0,3	0,4
2	8	0,08	0,8	0,1
4	4	0,08	0,4	0,1
5	4	0,72	0,4	0,9
6	10	0,56	1,0	0,7
7	10	0,16	1,0	0,2
8	6	0,16	0,6	0,2
9	7	0,40	0,7	0,5
10	8	0,56	0,8	0,7
11	1	0,40	0,1	0,5
12	7	0,80	0,7	1,0
13	5	0,48	0,5	0,6
14	5	0,24	0,5	0,3
15	8	0,72	0,8	0,9
16	2	0,56	0,2	0,7
17	2	0,16	0,2	0,2
18	9	0,40	0,9	0,5
19	10	0,08	1,0	0,1
20	9	0,24	0,9	0,3

Źródło: opracowanie własne

Na rysunku 3 zaznaczono przykładowy zbiór $d_1(x_9) = \{4, 8, 11, 14, 17\}$ zdarzeń, od których ryzyko związane ze zdarzeniem x_9 jest większe.

W tabeli 2 przedstawione zostały wyznaczone wartości miar ryzyka (patrz (14), (20), (21), (22)) odpowiednio dla miary iloczynowej oraz dla $p = 1$, $p = 2$, $p = \infty$ (kolumny: 2, 3, 4, 5), jak również odpowiednie rankingi zdarzeń uzyskane według zastosowanych miar ryzyka (kolumny 6, 7, 8, 9).



Rys. 3. Mapa ryzyka $r(X)$
 Źródło: opracowanie własne

W tabeli 2 w pierwszych trzech wierszach ostatnich czterech kolumn (pogrubiona czcionka) znalazły się zdarzenia ze zbioru $r(X)$ BFR (Bezpiecznego Frontu Ryzyka) zdarzeń, od których nie ma zdarzeń mniej ryzykownych w całym zbiorze X . Wskazane zostały one przez miary ryzyka w wyniku odpowiednich rankingów. W ostatnich trzech wierszach ostatnich czterech kolumn znalazły się zdarzenia najbardziej ryzykowne, tworzące Niebezpieczny Front Ryzyka (NFR) w postaci zbioru $r^*(X)$.

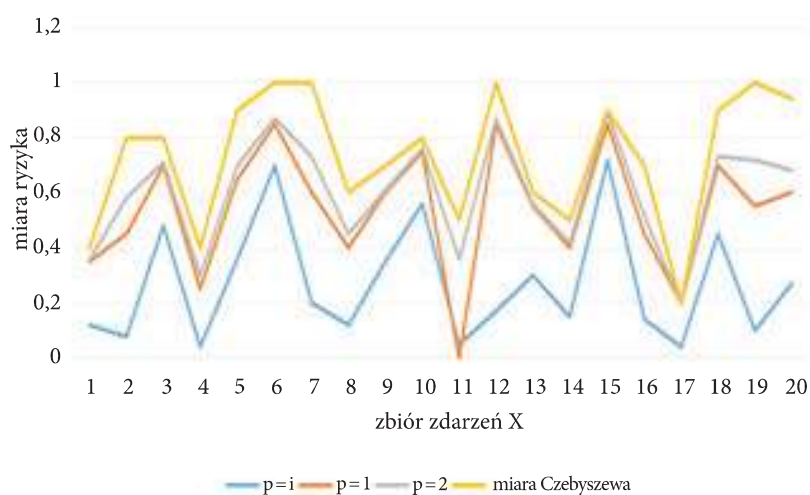
Z analizy mapy ryzyka (patrz rysunek 3) wynika przykładowo, że zdarzenia o numerach: 6, 10, 12, 15, 18 są bardziej ryzykowne niż zdarzenie o numerze 9. Z kolei zdarzenie o numerze 9 jest bardziej ryzykowne niż zdarzenia o numerach: 4, 8, 11, 14, 17. Potwierdzają to wszystkie cztery miary ryzyka (patrz tabela 2). Ryzyko zdarzeń o numerach 2, 7, 19, 20 oraz 3, 5, 13, 16 nie jest jednak porównywalne z ryzykiem zdarzenia o numerze 9 (patrz zbiory $d_4(x_9)$ $d_3(x_9)$), zgodnie z przyjętym modelem percepcji ryzyka. Ryzyko tych zdarzeń rozróżniają jednak zastosowane miary ryzyka. Przykładowo miara dla $p = 2$ orzeka, że ryzyko zdarzenia numer 9 jest wyższe od ryzyka zdarzeń o numerach 2, 13 i 16, a niższe od ryzyka zdarzeń o numerach: 3, 5, 7, 19 i 20.

Zastosowane miary zostały wykorzystane do budowy rankingów zdarzeń według ich „ryzykowności”. Jak widać z tabeli 2, uzyskano bardzo wysoką zgodność, jeśli chodzi o zdarzenia tworzące zbiory NFR oraz BFR. Na rysunku 4 przedstawione zostały wykresy czterech miar ryzyka zastosowanych w przyjętym modelu pareto-percepcji ryzyka w stosunku do analizowanych dwudziestu zdarzeń o parametrach przedstawionych w tabeli 1. Praktycznie wszystkie cztery funkcje uzyskały maksima ryzyka dla tych samych zdarzeń (6, 12, 15) i podobnie minima dla tych samych zdarzeń (4, 11, 17). Pewne niewielkie odstępstwo wykazuje jedynie miara ryzyka dla $p = \infty$.

Tabela 2. Wartości miar ryzyka

x_m	f_i	f_1	f_2	f_∞	R_i	R_1	R_2	R_∞
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,12	0,35	0,36	0,4	4	17	17	17
2	0,08	0,45	0,58	0,8	17	4	4	4
3	0,48	0,70	0,71	0,8	11	11	11	1
4	0,04	0,25	0,30	0,4	2	1	1	11
5	0,36	0,65	0,70	0,9	19	8	14	14
6	0,70	0,85	0,87	1,0	1	14	8	8
7	0,20	0,60	0,73	1,0	8	2	16	13
8	0,12	0,40	0,45	0,6	16	16	13	16
9	0,35	0,60	0,61	0,7	14	19	2	9
10	0,56	0,75	0,76	0,8	7	13	9	2
11	0,05	0,30	0,36	0,5	20	20	20	3
12	0,70	0,85	0,87	1,0	13	7	5	10
13	0,30	0,55	0,56	0,6	9	9	3	5
14	0,15	0,40	0,42	0,5	5	5	19	15
15	0,72	0,85	0,89	0,9	18	3	7	18
16	0,14	0,45	0,52	0,7	13	18	18	20
17	0,04	0,20	0,20	0,2	10	10	10	7
18	0,45	0,70	0,73	0,9	12	6	15	6
19	0,10	0,55	0,72	1,0	6	12	6	19
20	0,27	0,60	0,68	0,94	15	15	12	12

Źródło: opracowanie własne

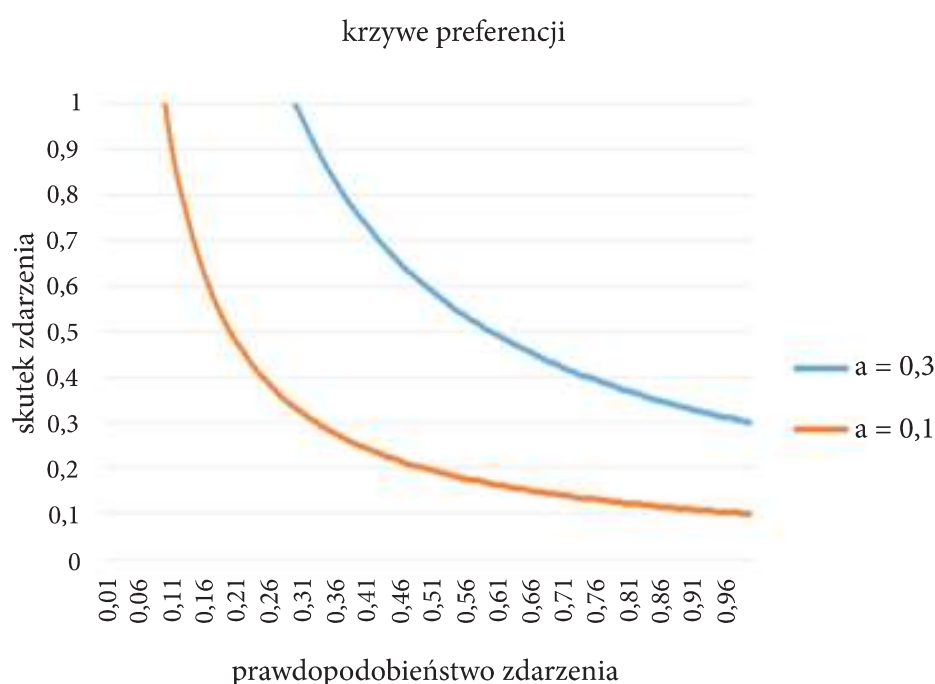


Rys. 4. Wykresy paretojskich miar ryzyka

Źródło: opracowanie własne

Podsumowanie

W pracy przedstawiono ogólną koncepcję ewaluacji ryzyka na przykładzie najczęściej stosowanego modelu percepcji ryzyka, jakim jest model ryzyka Pareto. Zdefiniowane zostały normatywne miary ryzyka bazujące głównie na uogólnionej metryce Minkowskiego (Ameljańczyk, 1986; Riquelme, Lucken, Baran, 2015). Wykresy tych miar na rysunku 4 pokazują bardzo dużą zgodność oceny ryzyka. Rysunek 5 przedstawia przykładowe krzywe preferencji w zakresie ewaluacji ryzyka dla iloczynowej miary ryzyka.



Rys. 5. Krzywe preferencji dla iloczynowej miary ryzyka

Źródło: opracowanie własne

Zdefiniowane miary ryzyka wyznaczają bowiem rodziny krzywych preferencji dla $p \geq 1$ w zakresie wartości ryzyka $0 \leq a \leq 1$:

$$k_p(a) = \left\{ (p(x), s(x)) \in \mathbb{P} \left| \left(p(x)^p + s(x)^p \right)^{1/p} = \frac{a}{\alpha_p} \right. \right\} \quad (24)$$

Dla miary iloczynowej (14) otrzymamy natomiast (rys. 5):

$$k_i(a) = \left\{ (p(x), s(x)) \in \mathbb{P} \left| s(x) = \frac{1}{p(x)} a \right. \right\} \quad (25)$$

Najbardziej jednak istotnym walorem praktycznym stosowania zdefiniowanych miar ryzyka jest fakt, że utworzone na ich podstawie rankingi zdarzeń w aspekcie ryzyka pokazują wielką zgodność wskazań – szczególnie w aspekcie „wyłonienia” Bezpiecznego Frontu Ryzyka (BFR), jak również Niebezpiecznego Frontu Ryzyka (NFR).

BIBLIOGRAFIA

- [1] AMELJAŃCZYK A., 2015, *Mathematical aspects of ranking theory*, „Computer Science and Mathematical Modelling”, No. 2.
- [2] AMELJAŃCZYK A., 1984, *Optymalizacja wielokryterialna w problemach sterowania i zarządzania*, Ossolineum, Wrocław.
- [3] AMELJAŃCZYK A., 1986, *Multiple optimization*, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa.
- [4] AMELJAŃCZYK A., 2013, *Metoda podziału zbioru obiektów na wielokryterialne klastry jakościowe*, „Biuletyn Instytutu Systemów Informatycznych”, Nr 12.
- [5] AVEN T., 2008, *Risk Analysis: Assessing Uncertainties beyond Expected Values and Probabilities*, John Wiley & Sons Ltd.
- [6] HOPKIN P., 2010, *Fundamentals of Risk Management: Understanding Evaluating and Implementing Effective Risk Management*, KoganPage, London–Philadelphia–New Delhi.
- [7] KACZMAREK T.T., 1998, *Ryzyko i zarządzanie ryzykiem. Ujęcie interdyscyplinarne*, Difin, Warszawa.
- [8] KAHNEMAN D., 2012, *Thinking, Fast and Slow*, Penguin.
- [9] RIQUELME N., LUCKEN C., BARAN B., 2015, *Performance metrics in multi-objective optimization*, XLI Latin American Computing Conference (CLEI).
- [10] ZASKÓRSKI P. (red.), 2011, *Zarządzanie organizacją w warunkach ryzyka utraty informacyjnej ciągłości działania*, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa.

